LÝ THUYẾT TÍNH TOÁN

BÀI 11: Các ngôn ngữ quyết định được

Phạm Xuân Cường
Khoa Công nghệ thông tin
cuongpx@tlu.edu.vn

Nội dung bài giảng

Giới thiệu

Giới thiệu

- **Tính quyết định** giúp chúng ta nghiên cứu kỹ hơn về khả năng giải quyết các bài toán của thuật toán
- Một số bài toán có thể giải được bằng thuật toán, một số thì không thể

  $\rightarrow$ Cần phải nghiên cứu về khả năng không giải quyết được
- Mục đích là để phát hiện ra giới hạn về tính giải được của thuật toán

Các bài toán quyết định được với ngôn ngữ chính quy

Bài toán

Bài toán

Cho một DFA và một chuỗi w, DFA có chấp thuận chuỗi w không?

- Đây có phải là một bài toán quyết định không?

  Để trả lời câu hỏi ta cần đưa bài toán về bài toán ngôn ngữ

  $A_{DFA} = \{ <B,w> \mid$ B là 1 DFA chấp thuận xâu vào w$\}$

Định lý 1

A_{DFA} là ngôn ngữ quyết định được

Chứng minh

- Đưa ra một TM quyết định A_{DFA}
- TM sẽ nhận chuỗi đầu vào là <B,w>
- TM sẽ kiểm tra xem B có biểu diễn đúng định dạng không
- TM sẽ mô phỏng B trên chuỗi w
- Nếu B đạt được trạng thái chấp thuận thì TM sẽ chấp thuận, ngược lại thì bác bỏ
- TM sẽ luôn luôn dừng (always halt)

Định lý 2

A_{NFA} là ngôn ngữ quyết định được

Chứng minh

- Phương pháp 1: Đưa ra một TM quyết định A_{NFA} tương tự Định lý 1
- Phương pháp 2:
    1. Chuyển NFA B thành DFA C tương đương
    2. Chạy máy Turing M giống Định lý 1 với xâu đầu vào <C,w>
    3. Nếu M chấp thuận thì kết luận N chấp thuận, ngược lại N bác bỏ

Định lý 3

A_{REX} là ngôn ngữ quyết định được

Chứng minh

1. Biến đổi biểu thức chính quy R thành NFA A tương đương
2. Chạy máy Turing M giống Định lý 2 với xâu đầu vào <A,w>
3. Nếu M chấp thuận thì kết luận R chấp thuận, ngược lại R bác bỏ

$\rightarrow$ Khả năng quyết định được của máy Turing biểu diễn bởi DFA, NFA hay RE đều tương đương

Một số bài toán ngôn ngữ khác

Bài toán chấp thuận

A_{DFA} = { <B,w> | B là 1 DFA chấp thuận xâu vào w}

Bài toán kiểm tra rỗng (Emptiness Testing)

E_{DFA} = { <A> | A là 1 DFA và L(A) = Ø}

Bài toán kiểm tra tương đương (Equality Testing)

EQ_{DFA} = { <A,B> | A, B là DFA và L(A) = L(B) }

Bài toán kiểm tra rỗng (Emptiness Testing)

Định lý 4

E_{DFA} là ngôn ngữ quyết định được

Chứng minh

Ý TƯỞNG:

- Duyệt tất cả các đường đi từ trạng thái bắt đầu đến trạng thái kết thúc
- Nếu tồn tại 1 đường đi $\rightarrow$ DFA có thể sinh ra 1 chuỗi nào đó $\rightarrow$ Bác bỏ
- Nếu không có $\rightarrow$ Chấp thuận
- Tương đương với bài toán đánh dấu đồ thị

Bài toán kiểm tra rỗng (Emptiness Testing)

Chứng minh

Thuật toán cho TM T quyết định E_{DFA}:

T = " Trên đầu vào <A> trong đó A là một DFA:

1. Đánh dấu trạng thái ban đầu A
2. Lặp lại bước sau cho đến khi không còn trạng thái đánh dấu:
3. Đánh dấu các trạng thái có một bước chuyển tới nó từ một trạng thái đã được đánh dấu
4. Nếu không có trạng thái chấp thuận nào được đánh dấu → Chấp thuận, ngược lại bác bỏ

Bài toán kiểm tra tương đương (Equality Testing)

Định lý 5

EQ_{DFA} là ngôn ngữ quyết định được

- Gọi C là **Khác biệt đối xứng** (symmetric difference) giữa tập A và B
  $\rightarrow C = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$
  $\rightarrow$ Nếu A = B thì C = Ø

Chứng minh

Ý TƯỞNG:

- Xây dựng DFA C chấp thuận tập khác biệt đối xứng của L(A) và L(B)
- Sử dụng bài toán kiểm tra rỗng để quyết định EQ_{DFA}

Bài toán kiểm tra tương đương (Equality Testing)

Chứng minh

Thuật toán cho TM F quyết định EQ_{DFA}:
F = " Trên đầu vào <A,B> trong đó A,B là DFA:

- Xây dựng DFA C chấp thuận tập khác biệt đối xứng của L(A) và L(B)
- Chạy máy Turing T giống Định lý 4 đối với xâu đầu vào <C>
- Nếu T chấp thuận thì F chấp thuận, ngược lại F bác bỏ

Các bài toán quyết định được với ngôn ngữ phi ngữ cảnh

Bài toán

Bài toán: Liệu 1 văn phạm phi ngữ cảnh CFG có sinh ra 1 xâu w nào đó hay không

$$A_{CFG} = \{ \langle G,w \rangle \mid \text{G là 1 CFG sinh ra xâu w} \}$$

Định lý 6

A_{CFG} là ngôn ngữ quyết định được

Chứng minh

Ý TƯỞNG: Sử dụng G để duyệt qua tất cả dẫn xuất và xem có dẫn xuất nào là dẫn xuất của w hay không

Bài toán kiểm tra CFG

Chứng minh

1. Biến đổi CFG G thành dạng chuẩn tắc Chomsky
2. Liệt kê tất cả các dẫn xuất với 2n-1 bước, trừ TH $n = 0$ thì ta liệt kê các dẫn xuất có số bước là 1
3. Nếu có một dẫn xuất nào đó sinh ra w thì chấp thuận, ngược lại thì bác bỏ

$\rightarrow$ Do CFG $\rightarrow$ PDA nên tính quyết định của PDA cũng tương tự như CFG

Bài toán kiểm tra CFG sinh ra chuỗi rỗng

Bài toán: Liệu 1 văn phạm phi ngữ cảnh CFG có thể không sinh ra được một xâu nào hay không

$$E_{CFG} = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ là 1 CFG và } L(G) = \emptyset \}$$

Định lý 7

E_{CFG} là ngôn ngữ quyết định được

Chứng minh

Ý TƯỞNG: Kiểm tra xem liệu biến bắt đầu có tạo ra được một xâu kết thúc hay không

Bài toán kiểm tra CFG sinh ra chuỗi rỗng

Chứng minh

1. Đánh dấu tất cả các ký hiệu kết thúc trong G
2. Lặp lại bước sau cho đến khi không còn biến mới được đánh dấu:
3. Đánh dấu một biến A nào đó khi G có một dẫn xuất A $\rightarrow$ $U_1 U_2 \ldots U_k$ và mỗi $U_1, U_2, \ldots, U_k$ đã được đánh dấu
4. Nếu biến khởi đầu chưa được đánh dấu thì chấp thuận, ngược lại bác bỏ

Bài toán kiểm tra CFG tương đương

Bài toán: Liệu 1 văn phạm phi ngữ cảnh CFG có thể không sinh ra được một xâu nào hay không

$$\mathrm{EQ}_{CFG} = \{ <\mathrm{G,H}> \mid \mathrm{G,H} \text{ là CFG và } \mathrm{L(G)} = \mathrm{L(H)} \}$$

- Liệu ta có thể chứng minh tương tự Định lý 5?
  $\rightarrow$ Thực tế là không vì CFG không đóng đối với phép toán bù và giao

Questions?